HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 – BẮC NINH

Bài 1 ***(2,0 điểm)***

1/ Tìm giá trị của x để các biểu thức có nghĩa:

$$\sqrt{3x-2}\ ;\quad \frac{4}{\sqrt{2x-1}}.$$

2/ Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}.$$

Hướng dẫn giải:

1)+ $\sqrt{3x-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$.

+ $\frac{4}{\sqrt{2x-1}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

2) $A = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

$= \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)} = \sqrt{4-3} = 1$

Bài 2 ***(2,0 điểm)***

Cho phương trình: $mx^2-(4m-2)x+3m-2=0$ (1) (m là tham số).

1/ Giải phương trình (1) khi $m=2$.

2/ Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

3/ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có các nghiệm là nghiệm nguyên.

Hướng dẫn giải:

1/ Giải phương trình (1) khi $m=2$.

Với $m=2$ ta được PT: $x^2-3x+2=0$

PT có hai nghiệm $x_1=1; x_2=2$.

2/ Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Với m = 0 PT (1) là 2x – 2 = 0. PT có nghiệm x = 1.

Với $m \neq 0$, $\Delta' = 4m^2 - 4m + 1 - 3m^2 + 2m$

$= m^2 - 2m + 1$

$= (m-1)^2 \geq 0$ với mọi $m \neq 0$.

$\Rightarrow PT$ luôn có nghiệm với mọi m.

3/ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có các nghiệm là nghiệm nguyên.

Với $m = 0$, (1) có nghiệm $x = 1$ (thỏa mãn).

Với $m \neq 0$, vì $a + b + c = m - 4m + 2 + 3m - 2 = 0$ nên (1) có hai nghiệm.

$x_1 = 1, x_2 = \dfrac{3m-2}{m} = 3 - \dfrac{2}{m}$.

Để PT có các nghiệm là nghiệm nguyên thì:

$x_2 \in Z \Leftrightarrow 3 - \dfrac{2}{m} \in Z \Leftrightarrow m \in \{\pm 1; \pm 2\}$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là: $0; \pm 1; \pm 2$.

Bài 3 ***(2,0 điểm)***

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 34m. Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm 45m^2. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Hướng dẫn giải:

Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật lần lượt là x(m); y(m). Điều kiện: $x > y > 0$ (*).

Chu vi của mảnh vườn là: $2(x + y) = 34$ (m).

Diện tích trước khi tăng: xy (m^2).

Diện tích sau khi tăng: $(x+3)(y+2)$ (m^2).

Theo bài ta có hệ: $\begin{cases} 2(x+y) = 34 \\ (x+3)(y+2) - xy = 45 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 34 \\ 2x + 3y = 39 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 17 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$

$x = 12; y = 5$ (thỏa mãn (*)). Vậy chiều dài là 12m, chiều rộng là 5m.

Bài 4 ***(3,0 điểm)***

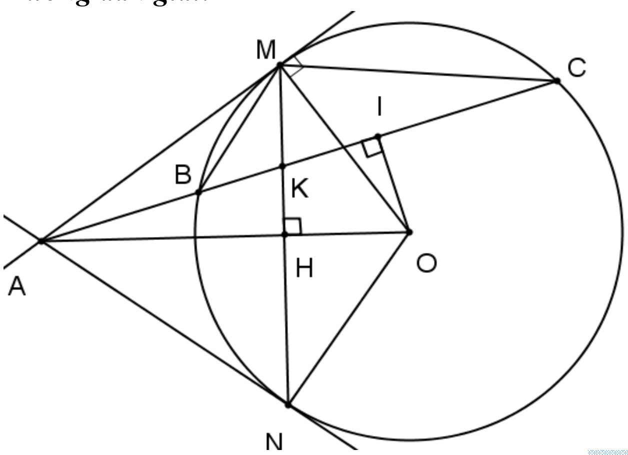
Cho đường tròn tâm O. Từ A là một điểm nằm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến AM và AN với (O) (M; N là các tiếp điểm).

1/ Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp đường tròn đường kính AO.

2/ Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh I cũng thuộc đường tròn đường kính AO.

3/ Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng AK.AI = AB.AC.

Hướng dẫn giải:



1) Có $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến).

$\Rightarrow \widehat{AMO} + \widehat{ANO} = 180^0$

$\Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO.

Gọi đường thẳng đó là d.

2) **TH1**: Đường thẳng d không đi qua O.

Do I là trung điểm của $BC \Rightarrow IO \perp BC$ (t/c đường kính dây cung)

hay $\widehat{AIO} = 90^0$.

Suy ra, I thuộc đường tròn đường kính OA.

TH2: Đường thẳng d đi qua O. Khi đó, O chính là trung điểm của BC và O thuộc đường tròn đường kính OA.

3) **Gọi K là giao điểm của MN và BC, chứng minh rằng AK.AI = AB.AC.**

TH1: Đường thẳng d không đi qua O.

Có ΔAMB đồng dạng với $\Delta ACM \Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AC}{AM} \Rightarrow AM^2 = AB.AC$ (1).

ΔAHK đồng dạng với $\Delta AIO \Rightarrow \dfrac{AH}{AK} = \dfrac{AI}{AO} \Rightarrow AK.AI = AH.AO$ (2).

MH là đường cao trong tam giác OMA vuông tại $M \Rightarrow AH.AO = AM^2$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra *AB.AC=AK.AI*.

TH2: Đường thẳng *d* đi qua *O*.

Khi đó, $K \equiv H, O \equiv I$ theo (1), (3) thì $AH.AO = AB.AC \Rightarrow$ đpcm.

Bài 5 ***(1,0 điểm)***

Cho các số x, y thỏa mãn $x \geq 0; y \geq 0$ và $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + y^2$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$. Do đó, $0 \leq x \leq 1$.

$A = x^2 + (1-x)^2 = 2x^2 - 2x + 1$.

$A = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Do $0 \leq x \leq 1$ nên $x(x-1) \leq 0$. Suy ra, $A = 2x(x-1) + 1 \leq 1$.

Dấu bằng xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \end{array}\right.$.

Nguồn: Hocmai.vn